ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

VŨ XUÂN SANG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN QUỸ TÍCH TRONG HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

VŨ XUÂN SANG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN QUỸ TÍCH TRONG HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp

Mã số: 60 46 01 13

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

PGS.TS. NGUYỄN VIỆT HẢI

THÁI NGUYÊN - 2017

Mục lục

Lời cảm ơn **i**

Mở đầu **1**

1 Kiến thức chuẩn bị **3**

1.1 Bài toán quỹ tích 3

1.1.1 Khái niệm 3

1.1.2 Quỹ tích cơ bản 5

1.2 Véc tơ và tọa độ 6

1.2.1 Véc tơ trong không gian 6

1.2.2 Tọa độ trong không gian 7

1.3 Sơ lược về các phép biến hình 10

1.3.1 Phép dời hình 10

1.3.2 Phép vị tự và phép đồng dạng 11

1.3.3 Một số ví dụ mở đầu 12

2 Các phương pháp giải toán quỹ tích trong không gian **16**

2.1 Phương pháp quỹ tích cơ bản 16

2.2 Phương pháp quỹ tích phẳng trong không gian . . . 19

2.2.1 Quỹ tích phẳng trong không gian 19

2.2.2 Quỹ tích hình chiếu của điểm lên đường thẳng 23

2.2.3 Quỹ tích hình chiếu của điểm lên mặt phẳng . 27
2.3 Phương pháp véc tơ và tọa độ 31
2.3.1 Tìm quỹ tích nhờ véc tơ 31
2.3.2 Tìm quỹ tích nhờ tọa độ 33
2.4 Phương pháp biến hình 37
2.4.1 Ứng dụng các phép dời hình 38
2.4.2 Ứng dụng phép vị tự và phép đồng dạng . . . 41
2.5 Một số bài toán quỹ tích nâng cao 44
2.5.1 Kết hợp các phương pháp giải 44
2.5.2 Một số cách giải đặc biệt 49

Tài liệu tham khảo **59**

Danh mục hình

1.1 Bài toán mở đầu 12
1.2 Quỹ tích các điểm M, N, G 15

2.1 Quỹ tích cơ bản 17
2.2 Quỹ tích I, H, E, F 18
2.3 Quỹ tích trung điểm I 20
2.4 Quỹ tích I,K,H 21
2.5 Bài toán A: Quỹ tích H, E 23
2.6 Bài toán A: quỹ tích E, N, H 25
2.7 Bài toán B: Quỹ tích hình chiếu H của A 28
2.8 Bài toán B: Quỹ tích hình chiếu N của A 29
2.9 Quỹ tích hình chiếu của A 31
2.10 Mặt phẳng trung trực và mặt cầu 32
2.11 Phương pháp tọa độ 35
2.12 Đối xứng tâm S^D 38
2.13 Đối xứng trục S_{BC} 40
2.14 Quỹ tích M' 41
2.15 Quỹ tích trọng tâm Q 42
2.16 Quỹ tích A', B', C', G. 43
2.17 Hai phương pháp 45
2.18 Quỹ tích S 47
2.19 Quỹ tích A, B, C, D 50
2.20 M nhìn mặt cầu dưới góc vuông 52
2.21 Quỹ tích trọng tâm tam giác 53
2.22 Quỹ tích H 55

Lời cảm ơn

Tôi xin chân thành cảm ơn BGH trường Đại học Khoa học - Đại Học Thái Nguyên, các thầy cô thuộc phòng Đào tạo sau đại học, các cán bộ thuộc Trung tâm Nhiên cứu Giáo dục-Đào tạo Hải Phòng,... đã tạo điều kiện tốt nhất để hoàn thành khóa học. Tôi xin chân thành cảm ơn quý thầy cô giảng dạy lớp Cao học K9B (2015 - 2017) nhà trường đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu cũng như tạo điều kiện cho tôi hoàn thành khóa học.

Để hoàn thành được luận văn một cách hoàn chỉnh, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của PGS.TS. Nguyễn Việt Hải, Giảng viên cao cấp Trường Đại học Hải Phòng. Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy và xin gửi lời tri ân nhất của tôi đối với những điều thầy đã dành cho tôi.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới gia đình, bạn bè, những người đã luôn động viên, hỗ trợ và tạo mọi điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Xin trân trọng cảm ơn!

Hải Phòng, tháng ... năm 2017

Tác giả

Vũ Xuân Sang

Mở đầu

Trong hình học phổ thông ta đã biết các bài toán quỹ tích được gọi là bài toán tìm tập hợp điểm. Khi có kiến thức về tọa độ và các phép biến hình thì loại toán này được gặp thường xuyên hơn. Luận văn này muốn nghiên cứu một cách hệ thống các bài toán tìm quỹ tích điểm trong không gian (đương nhiên có liên quan đến các quỹ tích trong mặt phẳng). Ngoài cách phát biểu bài toán quỹ tích, nội dung chủ yếu của luận văn là nêu các phương pháp hay dùng khi giải các bài toán quỹ tích trong không gian. Đó là các phương pháp cơ bản và có hiệu quả nếu biết sử dụng đúng chỗ.

Mục đích của đề tài là:

- Nghiên cứu bài toán quỹ tích trong hình học không gian và các phương pháp giải.

- Trình bày cơ sở khoa học và các kỹ thuật áp dụng các phương pháp: Phương pháp quỹ tích cơ bản, phương pháp quỹ tích phẳng trong không gian, phương pháp véc tơ-tọa độ, phương pháp biến hình và một số vấn đề liên quan.

- Các kiến thức về hình học không gian cũng như các kỹ thuật giải toán hình học không gian được hệ thống và nâng cao qua các bài toán quỹ tích hay và khó trong các kỳ thi học sinh giỏi.

- Người nghiên cứu có thêm kiến thức và năng lực bồi dưỡng học sinh giỏi về các vấn đề khó của Hình học.

2. Nội dung của đề tài, những vấn đề cần giải quyết

Trình bày hệ thống cách giải bài toán quỹ tích trong không gian. Phần lý thuyết trình bày tóm tắt những cơ sở khoa học của các phương pháp. Phần trọng tâm ở chương 2 nêu các kỹ thuật chi tiết khi áp dụng các phương pháp giải. Đồng thời đưa ra các ví dụ điển hình để chứng tỏ các phương pháp giải là thực sự hiệu quả.

Chương 1. Kiến thức chuẩn bị

Nhắc lại về bài toán quỹ tích, véc tơ và tọa độ trong không gian và những vấn đề cơ bản của phép biến hình trong không gian. Nội dung các phần này được chọn lọc đủ để áp dụng trong chương hai, bao gồm các mục sau:

1.1. Bài toán quỹ tích trong mặt phẳng và trong không gian

1.2. Các quỹ tích cơ bản

1.3. Véc tơ, các phép toán trên các véc tơ

1.4. Tọa độ trong không gian

1.5. Sơ lược về các phép biến hình

Chương 2. Các phương pháp giải toán quỹ tích trong không gian

Lần lượt trình bày các phương pháp giải bài toán quỹ tích trong không gian, mở đầu là phương pháp quỹ tích cơ bản. Mỗi phương pháp đều có phân tích và bình luận về cách sử dụng, các ví dụ và các bài toán mẫu được chọn lọc. Lưu ý cách giải các bài toán quỹ tích ở mức độ khó. chương hai chia thành các mục sau:

2.1. Phương pháp quỹ tích cơ bản

2.2. Phương pháp quỹ tích phẳng trong không gian

2.3. Phương pháp véc tơ, tọa độ

2.4. Phương pháp biến hình

2.5. Một số bài toán quỹ tích nâng cao.

Tác giả.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

1.1 Bài toán quỹ tích

Bài toán quỹ tích là bài toán khó không những đối với người học mà ngay cả đối với người dạy bởi bản thân nó là bài toán về chuyển động, bài toán về hàm trong hình học. Về bản chất đây là bài toán về tập hợp: "*Tìm tập hợp (hay dựng tập hợp) khi cho biết tính chất đặc trưng của các phần tử của nó*". Về thuật ngữ chúng tôi chọn thuật ngữ "quỹ tích" để thể hiện rõ bài toán đang nghiên cứu là bài toán hình học mà không dùng thuật ngữ chung chung là "tập hợp". Hơn nữa, ở đây chỉ xét phương pháp giải các bài toán quỹ tích điểm, các quỹ tích khác sẽ được nghiên cứu ở một đề tài khác.

1.1.1 Khái niệm

Bài toán quỹ tích(điểm): *Tìm tất cả những điểm* (*trên mặt phẳng hay trong không gian*) *có chung tính chất* α *nào đó và chỉ những điểm ấy.*

Nghiệm của bài toán là một hình (tập hợp điểm) gồm và chỉ gồm các điểm có tính chất α. Nếu ta gọi $\mathrm{H}(\alpha)$ là tập hợp tất cả các điểm M có tính chất α, còn Φ là một hình nào đó. Ta nói hình Φ là nghiệm của bài toán tức là ta phải chứng minh đẳng thức tập hợp

$$\mathrm{H}(\alpha) = \Phi \Longleftrightarrow \mathrm{H}(\alpha) \subseteq \Phi \text{ và } \Phi \subseteq \mathrm{H}(\alpha)$$

Mệnh đề "nếu $\mathrm{M} \in \mathrm{H}(\alpha)$ thì $\mathrm{M} \in \Phi$" được gọi là mệnh đề thuận; còn mệnh đề "nếu $\mathrm{M} \in \Phi$ thì $\mathrm{M} \in \mathrm{H}(\alpha)$" được gọi là mệnh đề đảo. Hai mệnh đề này được gọi là *cặp thuận-đảo*.

Áp dụng quy tắc lô gic, ngoài cặp "thuận-đảo" đó ta còn có thể giải bài toán quỹ tích với các cặp mệnh đề tương đương sau:
-*Cặp "thuận-phản"*:
Nếu $\mathrm{M} \in \mathrm{H}(\alpha)$ thì $\mathrm{M} \in \Phi$ và nếu $\mathrm{M} \notin \mathrm{H}(\alpha)$ thì $\mathrm{M} \notin \Phi$;
-*Cặp "phản đảo-đảo"*:
Nếu $\mathrm{M} \notin \Phi$ thì $\mathrm{M} \notin \mathrm{H}(\alpha)$ và $\mathrm{M} \in \Phi$ thì $\mathrm{M} \in \mathrm{H}(\alpha)$;
-*Cặp "phản đảo-phản"*:
Nếu $\mathrm{M} \notin \Phi$ thì $\mathrm{M} \notin \mathrm{H}(\alpha)$ và nếu $\mathrm{M} \notin \mathrm{H}(\alpha)$ thì $\mathrm{M} \notin \Phi$.

Chú ý.

i. Trong bài toán quỹ tích việc phát hiện ra hình $\Phi' \supseteq \Phi$ đóng vai trò quan trọng nhất của bài toán. Cách phát hiện ra Φ' vẫn phải là tìm cách dự đoán hoặc từ cách làm phần thuận với kinh nghiệm hình học sẵn có sẽ bật ra hình Φ'.

ii. Quan điểm của chúng tôi khi trình bày lời giải bài toán quỹ tích cần và chỉ cần có hai phần: phần thuận và phần đảo. Phần thuận đảm bảo tính không thiếu và phần đảo đảm bảo tính không thừa của quỹ tích. Chính vì thế "giới hạn (nếu có)" chỉ là một chi tiết nhỏ trong phần đảo để loại đi phần thừa, quan điểm đó khác với nhiều tác giả coi "giới hạn quỹ tích là cần thiết và là một mục nhất thiết phải trình bày trong lời giải" (xem chẳng hạn [4]).

iii. Kỹ thuật lập mệnh đề đảo. Bản chất của chứng minh mệnh đề đảo là chứng minh "từ $\mathrm{M} \in \mathrm{H}(\alpha)$ kéo theo $\mathrm{M} \in \Phi$" theo đúng nghĩa chứng minh bao hàm thức $\mathrm{H}(\alpha) \subseteq \Phi$. Trên thực tế tính chất α là hội của các tính chất, chẳng hạn $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, trong phần đảo ta phải lấy bất kỳ $\mathrm{M} \in \Phi$ và thỏa mãn α_1, α_2 rồi chứng minh M thỏa mãn α_3. Chính vì thế sau khi lấy $\mathrm{M} \in \Phi$ ta phải tiến hành bài toán dựng hình. Ở đây cần đến kỹ thuật tách α thành các tính chất $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Từ đó cũng thấy có nhiều cách lập mệnh đề đảo, nếu khéo léo ta có thể nhận được phép chứng minh phần đảo đơn giản hơn.

Để bắt đầu với bài toán quỹ tích ta phải liệt kê các quỹ tích cơ bản (Xem chi tiết [2]).